

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

**1. a)** Se verifică prin calcul.

**b)** Se demonstrează prin inducție după  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**c)** Din ipoteză rezultă  $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$ , iar din **a)**, că există  $u, v \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $X = \begin{pmatrix} u & v \\ v & u \end{pmatrix}$ .

Folosind **b)** găsim  $\begin{cases} \frac{(u+v)^3 + (u-v)^3}{2} = 2 \\ \frac{(u+v)^3 - (u-v)^3}{2} = 1 \end{cases}$  și soluția:  $X = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt[3]{3}+1}{2} & \frac{\sqrt[3]{3}-1}{2} \\ \frac{\sqrt[3]{3}-1}{2} & \frac{\sqrt[3]{3}+1}{2} \end{pmatrix}$ .

**2. a)** Se verifică prin calcul.

**b)** Calcul direct,  $-\hat{16} = \hat{5}$  în  $\mathbb{Z}_7$ .

**c)** Pentru  $a \in \mathbb{Z}_7$ ,  $a \neq \hat{0}$ ,  $\forall x \in \mathbb{Z}_7$ ,  $f(x) = \hat{6} + a \cdot x$ . Avem  $f(a^{-1}) = \hat{0}$ , deci  $f$  este reductibil.

Pentru  $a = \hat{0}$ ,  $f = (X^3 + \hat{4}) \cdot (X^3 + \hat{3})$ , deci  $f$  este reductibil.